

小五數學溫習摘要

Primary 5 Mathematics Revision Summary

5F1 探索與研究

5F1 Exploration and Investigation

透過小五數學課題練習提出問題、記錄、找規律和解釋。本單元可配合其他課題進行，重點是探究過程。

Practise asking questions, recording results, finding patterns and explaining ideas through Primary 5 topics.

學習重點

What to learn

- 提出清楚、可研究的問題，例如「周界同是 24 cm 的長方形，面積是否一定相同？」
Ask a clear question: do rectangles with a perimeter of 24 cm always have the same area?
- 先說明條件和猜想，再選用畫圖、列表、實物操作或計算等方法。
State conditions and a conjecture, then choose drawings, tables, models or calculations.
- 有次序地改變一項條件，把每次結果連同單位記錄下來，避免漏算或重複。
Change one condition systematically and record each result with its unit.
- 比較結果、提出規律，再用新例子檢查；用文字、算式或圖形解釋原因。
Compare results, suggest a pattern, test new cases and explain using words, calculations or diagrams.

考試前必記

Remember before a test

- 幾個例子符合猜想，並不等於已證明所有情況都成立；應說明研究範圍和理由。
A few matching cases do not prove a statement for all cases. State the scope and reasoning.
- 反例是一個不符合猜想的例子。只要找到一個反例，就能推翻「一定」成立的說法。
One counterexample disproves an “always” statement.
- 比較面積時，要分清哪些條件固定、哪些可改變，並保持相同單位。
Identify fixed and changing conditions and use consistent units when comparing areas.
- 報告可依次寫：研究問題、條件、方法、結果、結論及理由，讓別人能重做和核對。
Report the question, conditions, method, results, conclusion and reasons so others can check the work.

常見錯誤

Common mistakes

- 只寫答案，沒有保留表格、算式或操作記錄，令別人無法核對。
Giving only an answer without records, calculations or a method.
- 同時改變多項條件，卻沒有說明，令比較結果失去依據。
Changing several conditions without explaining them, making comparison unclear.
- 只選支持猜想的例子，忽略不符合猜想的結果。
Selecting only supporting examples and ignoring conflicting results.
- 把「這幾個例子都成立」寫成「所有情況都成立」，又沒有提供理由。
Claiming a result holds in every case based only on a few examples.

快速自查

Quick check

☐ 能提出清楚的研究問題 I can ask a clear research question.	☐ 能有序地記錄結果 I can record results systematically.
☐ 能用新例子或反例檢查 I can test new cases or counterexamples.	☐ 能說明結論的條件和理由 I can explain conditions and reasons.

探究示例 周界相同的長方形

條件：周界固定為 24 cm；長和闊都是整數厘米，長不少於闊，並把長 = 闊的情況一併比較。

由 $2 \times (\text{長} + \text{闊}) = 24$ ，得長 + 闊 = 12。完整列表如下，長和闊互換不另計：

長 $\times$ 闊 $\rightarrow$ 面積： $11 \times 1 \rightarrow 11$ ； $10 \times 2 \rightarrow 20$ ； $9 \times 3 \rightarrow 27$ ； $8 \times 4 \rightarrow 32$ ； $7 \times 5 \rightarrow 35$ ； $6 \times 6 \rightarrow 36$ (cm²)。

With whole-number sides and perimeter 24 cm, the areas are 11, 20, 27, 32, 35 and 36 cm².

結論：周界相同，面積不一定相同。在以上整數邊長的完整列表中，6 cm $\times$ 6 cm 的正方形面積最大。

再試一題與答案

把周界改為 20 cm，其餘條件不變。請列出所有情況，找出最大面積，並寫出一個「周界相同但面積不同」的反例。

Repeat with perimeter 20 cm. Find the maximum area and a counterexample to equal perimeter implying equal area.

答案： $9 \times 1 = 9$ 、 $8 \times 2 = 16$ 、 $7 \times 3 = 21$ 、 $6 \times 4 = 24$ 、 $5 \times 5 = 25$ (cm²)；最大為 25 cm²。9 $\times$ 1 與 8 $\times$ 2 已構成反例。