

5E2 立體圖形探究

5E2 Investigating Three-Dimensional Shapes

用模型和記錄表，找出角柱及角錐的底邊數與面、稜、頂點數目的關係，並解釋規律。

Use models and records to discover and explain relationships between base sides, faces, edges and vertices.

學習重點

What to learn

- 先認清底和側面。角柱有兩個形狀和大小相同、互相平行的底；角錐有一個底，側面在尖頂相交。
A prism has two matching parallel bases. A pyramid has one base and triangular side faces meeting at an apex.
- 底有 n 條邊的角柱，稱為 n 角柱；底有 n 條邊的角錐，稱為 n 角錐。這裏 n 是不少於 3 的整數。
An n -sided base names an n -gonal prism or pyramid; n is an integer of at least 3.
- 角柱：面數 = $n + 2$ ；稜數 = $3n$ ；頂點數 = $2n$ 。先數底，再數側面或連接兩底的稜。
Prism: faces = $n + 2$; edges = $3n$; vertices = $2n$. Count bases and connecting parts separately.
- 角錐：面數 = $n + 1$ ；稜數 = $2n$ ；頂點數 = $n + 1$ 。尖頂只計一次。
Pyramid: faces = $n + 1$; edges = $2n$; vertices = $n + 1$. Count the apex once.

考試前必記

Remember before a test

- 角柱的面： n 個側面加 2 個底；稜：兩底共有 $2n$ 條，再加 n 條側稜；頂點：每個底有 n 個。
A prism has n side faces and 2 bases, $2n$ base edges and n lateral edges, and n vertices on each base.
- 角錐的面： n 個三角形側面加 1 個底；稜： n 條底邊加 n 條側稜；頂點：底上 n 個加 1 個尖頂。
A pyramid has n triangular side faces and 1 base, n base edges and n lateral edges, and n base vertices plus the apex.
- 底邊數增加 1：角柱增加 1 個面、3 條稜、2 個頂點；角錐增加 1 個面、2 條稜、1 個頂點。
Adding one base side adds 1 face, 3 edges and 2 vertices to a prism; 1 face, 2 edges and 1 vertex to a pyramid.
- 探究時先逐項數出三角柱、四角柱、五角柱及相應角錐，再用另一個模型檢查所發現的規律。
Record counts for triangular, quadrilateral and pentagonal bases, then check the pattern using another model.

常見錯誤

Common mistakes

- 漏數背面或底部看不見的稜、面和頂點；可在模型上貼標記，避免重複或遺漏。
Do not miss hidden parts. Mark each counted part on a model.
- 把角柱的兩個底只算成一個，或把角錐的尖頂重複計算。
Do not count only one prism base or count a pyramid's apex repeatedly.
- 把底的邊數 n 當作整個立體的稜數； n 只表示一個底有多少條邊。
The base-side count n is not the total number of edges.
- 把角柱、角錐的規律直接套用於圓柱、圓錐或球；這些公式只處理上述多邊形底的立體。
Do not apply these formulas to cylinders, cones or spheres.

快速自查

Quick check

☐ 能指出底、側面和尖頂 I can identify bases, side faces and an apex.	☐ 能有序地數面、稜和頂點 I can count faces, edges and vertices systematically.
☐ 能解釋角柱和角錐的規律 I can explain the prism and pyramid patterns.	☐ 能用另一個模型驗證 I can check with another model.

記錄例子

依次記錄「底邊數 / 面數 / 稜數 / 頂點數」：

三角柱 3 / 5 / 9 / 6；四角柱 4 / 6 / 12 / 8；五角柱 5 / 7 / 15 / 10。

三角錐 3 / 4 / 6 / 4；四角錐 4 / 5 / 8 / 5；五角錐 5 / 6 / 10 / 6。

試一試與答案

1. 六角柱有多少個面、多少條稜和多少個頂點？ 2. 某角錐有 16 條稜，它是哪一種角錐？

Find the counts for a hexagonal prism. Name a pyramid with 16 edges.

答案：1. 8 個面、18 條稜、12 個頂點。 2. 八角錐，因為 $16 \div 2 = 8$ 。

延伸觀察：以上模型都符合「面數 + 頂點數 - 稜數 = 2」。可代入檢查，但不可當作所有立體都適用的規則。